



УДК 621.38

ДИАГНОСТИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ТЕРМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Г. С. Бритов, канд. техн. наук, доцент кафедры информационных систем ГУАП.

Рассмотрена задача организации тестового диагностирования линейных динамических систем с использованием терминального управления. Приведена классификация методов диагностирования линейных динамических систем на основе терминального управления. Проанализированы сингулярные и импульсные методы расчета терминального управления для организации тестового диагностирования линейных динамических систем. Выполнено компьютерное моделирование системы тестового диагностирования системы четвертого порядка при имитации параметрического дефекта.

Ключевые слова: *диагностирование, терминальное диагностирование, сингулярные методы, импульсные методы*

Введение

Диагностирование динамических систем важно для решения практической задачи обеспечения требуемой надежности. Методы тестового диагностирования линейных динамических систем, основанные на использовании терминального управления, отличаются тем, что тестовый режим является естественным режимом управляемых систем. Поэтому рассматриваемые в статье методы можно отнести к терминальному диагностированию.

Методы тестового диагностирования динамических систем описаны в работах [1-13]. В них можно выделить генератор тестовых воздействий, подаваемых на проверяемый объект, и устройство анализа реакции объекта на эти воздействия. В ряде методов используются простые генераторы, но сложные анализаторы, в других методах, наоборот, стараются упростить процедуру анализа за счет усложнения входных сигналов. К методам первой группы относятся, например, контроль по параметрам импульсной весовой и переходной функций системы (входные сигналы – импульс или единичный скачок), а также контроль по частотным характеристикам (гармонические входные сигналы).

Примерами методов второй группы могут служить метод комплементарного сигнала [4,5], в котором амплитуды импульсов входной тестовой последовательности зависят от собственных чисел проверяемого объекта; контроль в нулевом режиме, когда входные сигналы подаются на частоте передаточных нулей систем [10]; контроль по ганкелевым сингулярным числам [8] и другие.

В работах [1,8] была поставлена и решена задача минимизации общей сложности тестирующего устройства, включающего генератор входных воздействий и анализатор реакций. При этом в качестве критерия сложности использовалась размерность тестирующего устройства (тестера), т.е. общий порядок описывающей его системы дифференциальных уравнений. Процедура синтеза тестера минимальной размерности, используемая в указанных работах, основывалась на концепции (А,В)-инвариантных подпространств [14] и требовала достаточно сложных матричных вычислений.

В работе [15] предлагается иной путь решения той же задачи, не требующий привлечения



теории (А,В)-инвариантности. Он опирается на принцип дуальности функционального и тестового диагностирования, сформулированный в работе [8], который аналогичен принципу дуальности свойств управляемости и наблюдаемости, используемому в классической теории управления. В соответствии с ним задача синтеза тестера минимальной размерности для данной системы управления сводится к задаче синтеза устройства функционального диагностирования минимальной размерности для дуальной системы. Эта задача решается известными методами [8,13], после чего выполняется обратный дуальный переход, дающий решение исходной задачи.

Дефекты, возникающие в системе, приводят к нарушению правильного выхода, определенного используемой математической моделью. Будем рассматривать только параметрические дефекты, которые изменяют коэффициенты модели.

Предлагается рассмотреть с единых позиций методы тестового диагностирования линейной динамической системы, которые основаны на использовании терминального управления и возможности проверять движение системы в заданных границах.

Схема терминального диагностирования

Рассмотрим схему терминального диагностирования линейных динамических систем. Она приведена на рис.1. Объектом диагностирования является линейная динамическая система ЛДС. На ее вход подается специально рассчитанный во времени t сигнал терминального управления системой $u(t)$, получаемый с помощью генератора терминальных управлений ГТУ.



ГТУ – генератор терминального управления,
ЛДС – линейная динамическая система,
ДП – диагностическая процедура.

Рис.1. Схема терминального диагностирования

Выходной сигнал ЛДС $y(t)$ поступает на диагностическую процедуру ДП. Здесь решается задача определения наличия или отсутствия дефекта в ЛДС. В отличие от схемы тестового диагностирования линейных динамических систем, описанной в работе [16], в рассматриваемой схеме ДП предназначена только для сравнения выходного сигнала ЛДС с задаваемыми при расчете терминального управления начальным и конечным значениями. Необходимо обратить внимание на то, что при терминальном диагностировании ЛДС осуществляется управляемое движение в заданных границах.

Следует отметить, что в настоящей статье речь идет о диагностировании на основе терминального управления ЛДС. Поэтому ГТУ будет ориентирован на методы расчета управления по определенной математической модели.

Таким образом, можно сформулировать задачи терминального диагностирования ЛДС:

1. Получить математическую модель ЛДС.
2. Задать начальное и конечное положения ЛДС.
3. Рассчитать терминальное управление для ГТУ так, чтобы обеспечить требуемый переход ЛДС из заданного начального положения в заданное конечное положение.



4. Обеспечить рассчитанное управляемое движение ЛДС.

5. Принять решение о тестировании по полученному результату ДП

Так как существует большое число методов тестирования систем по их моделям, то целесообразно рассмотреть классификацию методов.

Классификация методов терминального диагностирования

Признаки классификации методов терминального диагностирования должны дать достаточное представление о возможных видах предлагаемых методов.

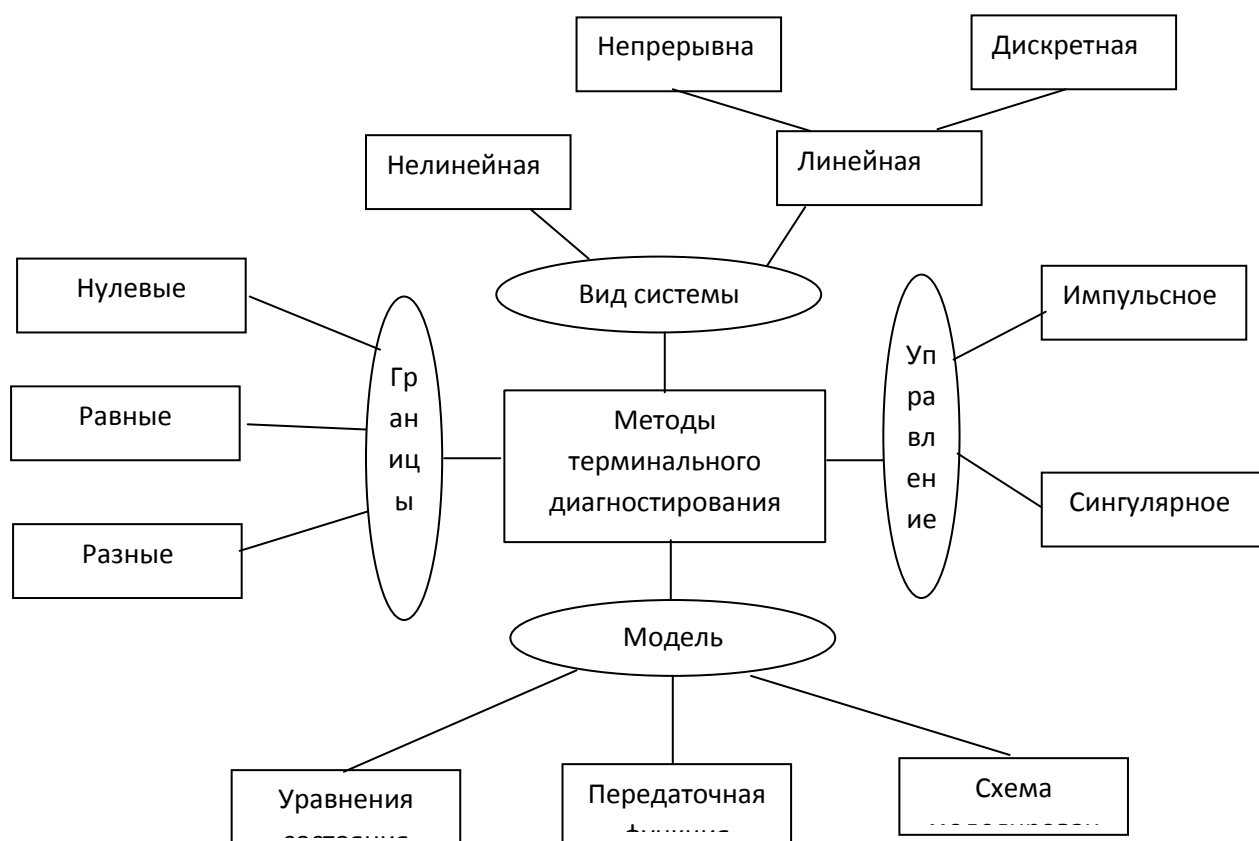


Рис.2. Классификационная схема методов терминального диагностирования

Четыре признака могут быть следующими:

1. Модель системы, используемая для организации диагностирования.
2. Вид системы, которая является объектом диагностирования.
3. Вид управления для осуществления движения динамической системы в пределах предлагаемых границ.
4. Характер границ для терминального управления.

На рис.2 приведена схема классификации методов терминального диагностирования по четырем указанным признакам классификации. Из этой схемы следует, что существуют «Методы тестового диагностирования линейных дискретных систем» или «Сингулярные методы терминального диагностирования» и т.д.

Рассмотрим некоторые методы подробнее.



Сингулярные методы

Метод терминального диагностирования линейных дискретных динамических систем, основанный на модели описания в пространстве состояний, позволяет формализовать процесс подготовки ГТУ к работе.

Уравнения состояний системы имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} x(t+1) &= A \cdot x(t) + B \cdot u(t) \\ y(t) &= C \cdot x(t) \end{aligned}$$

Здесь $x(t) \in R^n$ – вектор состояний, $y(t) \in R^s$ – вектор выходов, $u(t) \in R^m$ – вектор входов, A – $(n \times n)$ -матрица коэффициентов, B – $(n \times m)$ -матрица входов, C – $(s \times n)$ -матрица выходов.

Границы движения динамической системы в общем случае будут разными:

$$x(0) = x_0, \quad x(k) = x_k.$$

С помощью уравнений состояний можно построить условие достижимости из начальных условий заданных конечных условий:

$$G \cdot u(0, k) = x_k - A^k \cdot x_0.$$

Здесь G – $(n \times m \cdot k)$ -матрица достижимости, $u(0, k)$ – $(m \cdot k \times 1)$ -матрица терминального управления. Матрица достижимости имеет вид, близкий к виду матрицы управляемости:

$$G = [B, A \cdot B, A^2 \cdot B, \dots, A^{k-1} \cdot B].$$

Для диагностирования системы примем, что $k > n$. Тогда, если система управляемая, то условие достижимости имеет решение, и матрица терминального управления может быть рассчитана разными способами. Для каждого конкретного способа будет получен определенный метод терминального диагностирования при заданных границах. Очевидным способом является использование псевдо обращения матрицы G :

$$u(0, k) = G^+ \cdot (x_k - A^k \cdot x_0).$$

Здесь получается управление с минимальной евклидовой нормой, но необходимо проверять обусловленность используемой при псевдо обращении матрицы $G \cdot G^T$. Таким образом, может получиться метод построения физически реализуемого терминального управления.

Расчет в математическом пакете MatLab приведен ниже:

```
>> A=[0 1 0 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1; -1 -1 -1 -1]
```

```
A =
```

```
0    1    0    0
0    0    1    0
0    0    0    1
-1   -1   -1   -1
```

```
>> B=[0 0 0 1]'
```

```
B =
```

```
0
0
0
1
```



```
>> G=ctr(A,B);
>> xk=[3; 3; 3; 3];
>> x0=[1; 1; 1; 1];
>> u=pinv(G)*(xk-A^5*x0)
u =
    4.0000
    2.0000
    0.0000
   -2.0000
   -4.0000
>> u=flipud(u)
u =
   -4.0000
   -2.0000
    0.0000
    2.0000
    4.0000
>> x=tdv1(A,B,u',x0)
x =
    1.0000    1.0000    1.0000    1.0000   -8.0000    3.0000
    1.0000    1.0000    1.0000   -8.0000    3.0000    3.0000
    1.0000    1.0000   -8.0000    3.0000    3.0000    3.0000
    1.0000   -8.0000    3.0000    3.0000    3.0000    3.0000
```

Хорошо видно, что от задаваемых начальных условий система приходит к задаваемым конечным условиям с помощью рассчитываемого терминального управления.

Другой способ решения условий достижимости связан с применением сингулярного вектора матрицы G . Пусть v – сингулярный вектор этой матрицы для сингулярного числа σ . Справедливо следующее равенство:

$$G^T \cdot G \cdot v = \sigma \cdot v.$$

Тогда границы для управления следует задать так, чтобы выполнялось равенство:

$$\sigma \cdot v = x_k - A^k \cdot x_0.$$

Терминальное управление будет равно сингулярному вектору матрицы достижимости, и можно говорить о сингулярном методе терминального диагностирования.

Границы для управления можно задавать так, чтобы проверка их в ДП была удобной. Для обеспечения быстрой работы ДП можно принять, что $x_0 = x_k$. Получим метод диагностирования при равных границах. Еще проще считать границы нулевыми. В этом случае условие достижимости принимает вид однородной системы алгебраических уравнений:

$$G \cdot u(0, k) = 0.$$

Найти нетривиальное решение таких уравнений можно с помощью сингулярного вектора для



нулевого сингулярного числа матрицы G . Так как для управляемой системы ранг этой матрицы максимален, то по крайней мере одно нулевое сингулярное число существует.

Расчет с помощью программы математического пакета MatLab терминального управления для нулевых границ приводится ниже:

```
>> sctu
Матрица коэффициентов = [0 1 0 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1; -1 -1 -1 -1]
A =
    0    1    0    0
    0    0    1    0
    0    0    0    1
   -1   -1   -1   -1
Матрица входов = [0 0 0 1]'
B =
    0
    0
    0
    1
Конечное время = 20
s =
    0    0    0    0    0    0    0    1    1    1    1    1    1    1    1    1    2    6    11    15
Номер нулевого сингулярного числа = 1
Конец
>>
```

Результаты терминального диагностирования в виде решетчатых функций управления и состояний показаны на рис.3 для системы без дефектов. Состояния системы начались и закончились в нуле.

На рис.4 показаны применение рассчитанного терминального управления для системы, у которой в результате дефекта изменилась матрица коэффициентов.

Матрица коэффициентов системы с дефектом:

```
A =
    0    1.0000    0    0
    0    0    1.0000    0
    0    0    0    1.0000
   -1.0000  -1.5000  -1.0000  -1.0000
```

Заметим, что в матрице коэффициентов дефектной системы коэффициент A_{42} изменился на 50%. Соответственно состояния при диагностировании начались в нулевых начальных условиях, а закончились в ненулевых конечных условиях (Рис.4). Значит, система действительно дефектная.

Таким образом, рассчитывая терминальное управление для динамической системы, можно получить различные методы сингулярного терминального диагностирования.

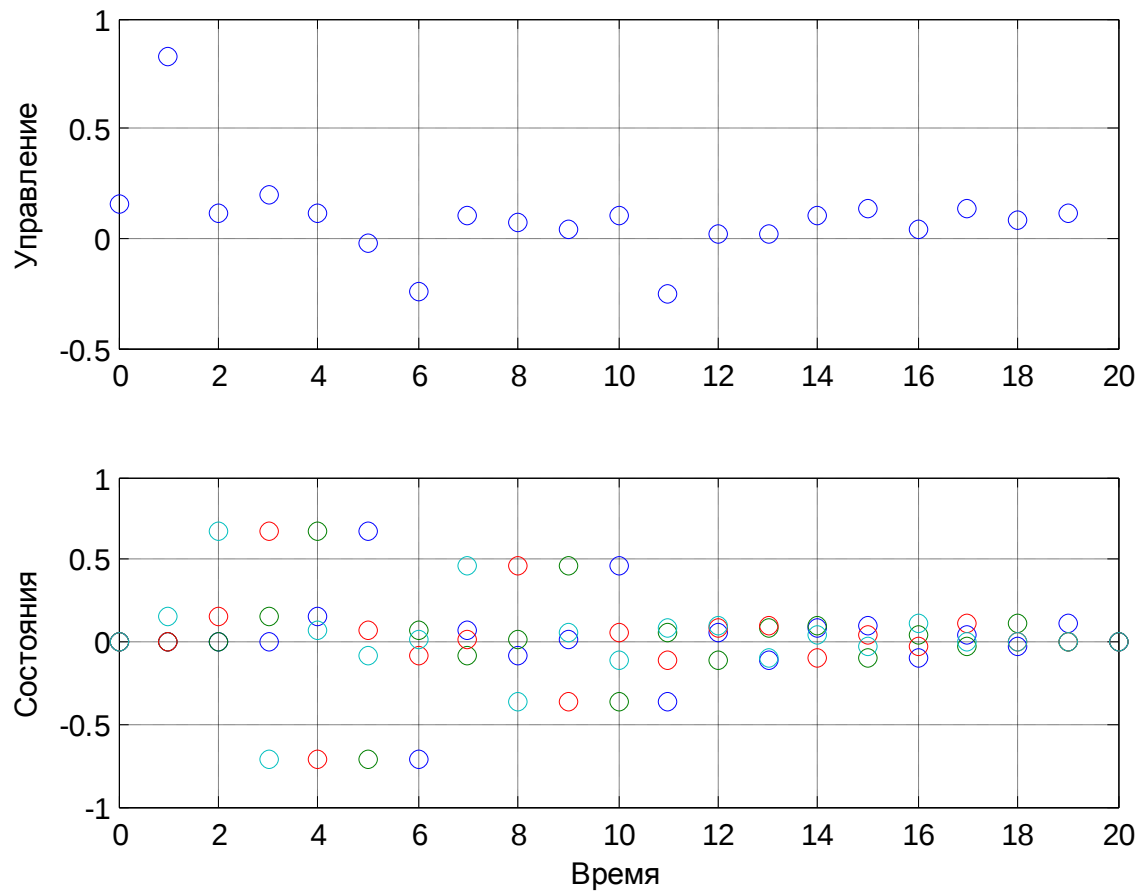


Рис. 3. Результаты моделирования терминального диагностирования системы без дефекта

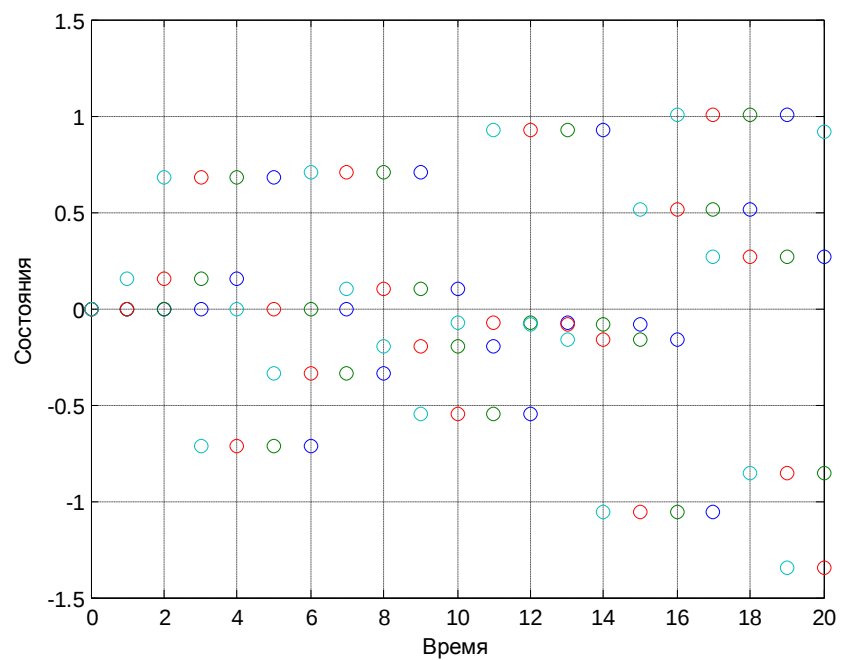


Рис. 4. Результаты терминального диагностирования системы с дефектом



Импульсные методы

Импульсные методы терминального диагностирования связаны с расчетом таких импульсных воздействий на систему, чтобы движение ее осуществлялось в заданных границах [14]. Рассмотрим двухимпульсное терминальное управление, осуществляющее движение системы между нулевыми границами. Используем в качестве модели уравнения состояний системы. Поэтому полагаем, что первый импульс подается в начальный момент времени, когда $x(0)=0$, $y(0)=0$. Второй импульс подается в предпоследний момент времени и рассчитывается так, чтобы выполнялось равенство $y(k)=0$. Следовательно, терминальное управление имеет следующий вид:

$$u(0,k)=[u(0);0;\dots;0;u(k-1)]$$

Первый импульс задается, исходя из конкретной ситуации, а второй импульс рассчитывается как решение уравнения:

$$y(k) = C \cdot A^{k-1} \cdot B \cdot u(0) + C \cdot B \cdot u(k-1) = 0$$

Отсюда, полагая, что число выходов меньше числа входов ($s < m$), получим значение второго импульса:

$$u(k-1) = -(C \cdot B)^+ \cdot C \cdot A^{k-1} \cdot B \cdot u(0).$$

Расчет в математическом пакете MatLab приведен ниже:

```
>> A=[0 1 0 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1;-1 -1 -1 -1]
```

```
A =
```

```
0    1    0    0
0    0    1    0
0    0    0    1
-1   -1   -1   -1
```

```
>> B=[0 0 0 1]'
```

```
B =
```

```
0
0
0
1
```

```
>> C=[1 0 0 0]
```

```
C =
```

```
1    0    0    0
```

```
>> u0=1;
```

```
>> u=tui(A,B,C,u0,5)
```

```
Not
```

При заданных матрицах B и C решение отсутствует.

```
>> C=[1 1 1 1]
```

```
C =
```

```
1    1    1    1
```

```
>> u=tui(A,B,C,u0,10)
```

```
u =
```

```
1    0    0    0    1
```



```
>> x=tdv(A,B,u)
x =
    0    0    0    0    1   -1    0    0    0    1   -1
    0    0    0    1   -1    0    0    0    1   -1    0
    0    0    1   -1    0    0    0    1   -1    0    0
    0    1   -1    0    0    0    1   -1    0    0    1
>> y=C*x
y =
    0    1    0    0    0   -1    1    0    0    0    0
```

Выход системы в начальный и конечный моменты времени равны 0. Тем не менее, движение системы между ними осуществлялось под воздействием рассчитанного терминального управления.

Положим, что в матрице коэффициентов дефектной системы коэффициент A_{42} изменился на 50%. Тогда результаты расчета будут следующими:

```
>> A(4,2)=-1.5
A =
    0    1.0000    0    0
    0    0    1.0000    0
    0    0    0    1.0000
   -1.0000  -1.5000  -1.0000  -1.0000
>> x=tdv(A,B,u)
x =
    0    0    0    0    1.0000  -1.0000
    0    0    0    1.0000  -1.0000    0
    0    0    1.0000  -1.0000    0  -0.5000
    0    1.0000  -1.0000    0  -0.5000    2.0000
>> y=C*x
y =
    0    1.0000    0    0  -0.5000  0.5000
```

Таким образом, импульсное терминальное управление дает возможность осуществить диагностирование линейной динамической системы, проверяя выход в начальный и конечный моменты времени.

Заключение

Изложен подход к организации тестового контроля линейных динамических систем, основанный на использовании модели системы для расчета терминального управления. Показано, что для рассматриваемых линейных динамических систем с известным описанием в пространстве состояний может быть построена тестовая система с рассчитанным терминальным управлением. Тогда предлагаемая процедура тестового диагностирования обнаруживает появление дефекта, благодаря проверке достижения заданных границ управляемого движения системы. Результаты компьютерного моделирования показывают эффективность такого контроля по отношению к параметрическим дефектам системы.



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мироновский Л.А. Тестовый контроль линейных систем управления. // Информационно-управляющие системы на железнодорожном транспорте. 2005, №5. С.3-8.
2. Kadim H.J. Minimal transient modes for faults detection in analogue VLSI circuits // Radioelectronics & Informatics. 2003. №3. P.82-86.
3. Мироновский Л.А., Слаев В.А. Синтез оптимальных тестовых сигналов как решение обобщенной задачи Булгакова. // Автоматика и телемеханика, 2002, №4, С.55-66.
4. Мироновский Л.А. Диагностирование линейных систем методом комплементарного сигнала.//Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2002, №5, С.52-57.
5. Мироновский Л.А. Диагностирование систем управления методом аннулирующего сигнала. // Информационно-управляющие системы на железнодорожном транспорте, №5, 2001, С.3-7.
6. Abdeerrahman A., Cerny E. Worst tolerance analysis and CLP-based multifrequency test generation for analogue circuits // IEEE Trans. Computer-aided design. 1999. V.18. P.332-345.
7. Lindermeir W., Graeb H., Antreich K. Analogue testing by characteristic observation inference // IEEE Trans. Computer-aided design. 1999. V.18. P.1353-1368.
8. Мироновский Л.А. Функциональное диагностирование динамических систем. М., МГУ, 1998. 340с.
9. Chao C., Lin H., Milor L. Optimal testing of VLSI analogue circuits // IEEE Trans. Computer-aided design. 1997. V.16. P.58-77.
10. Егоров А.Н., Мироновский Л.А. Использование нулей динамических систем в задачах технической диагностики // Электронное моделирование, №6, 1996, С.34-42.
11. Архангельский О.И., Мироновский Л.А. Диагностирование динамических систем с помощью операторных норм // Электронное моделирование, №5, 1995, С.40-49.
12. Игнатьев М.Б., Мироновский Л.А., Юдович В.С. Контроль и диагностика робототехнических систем. Л. ЛИАП, 1985, 160с.
13. Мироновский Л.А. Тестовый контроль передаточных функций стационарных объектов // Изв. Вузов, Приборостроение, 1984, №10. С.22-26.
14. Уонем М. Линейные многомерные системы управления. М., Наука. 1980. 376с.
15. Бритов Г.С., Мироновский Л.А. Расчет тестового режима линейных систем управления // Приборы и Системы. Управление, Контроль, Диагностика, 2006, №11. С. 44 – 49
16. Бритов Г.С. Бизнес-процесс тестового диагностирования линейных динамических систем на основе передаточных функций // Системный анализ и логистика. 2016. Выпуск 12. С. 4–11.